ABSTRACT

Lutsiv I.-A. Approximation of special cases of the Horn hypergeometric functions H_4 by branched continued fractions. — Qualifying scientific work as a manuscript.

Thesis for the scientific degree of Doctor of Philosophy in the specialty 111 Mathematics. — Vasyl Stefanyk Carpathian National University, Ministry of Education and Science of Ukraine. — Vasyl Stefanyk Carpathian National University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Ivano-Frankivsk, 2026.

The thesis is related to the problems of establishing recurrence relations of the Horn hypergeometric series H_4, constructing the expansions of these series and their ratios in special cases into branched continued fractions, studying the convergence of branched continued fraction expansions, establishing the domains of analytical continuation of the Horn hypergeometric functions H_4 and their ratios in special cases, establishing estimates of the convergence rate and sets of numerical stability of branched continued fraction expansions.

These problems concern rational approximations of analytic functions, one of the main sections of the analytic theory of branched continued fractions. Branched continued fractions, one of the multidimensional generalizations of continued fractions, were introduced into consideration by V. Ya. Skorobohatko in 1966 together with N. S. Droniuk, O. I. Bobyk, and B. Y. Ptashnyk. The analytical theory of branched continued fractions was developed in the works of P. I. Bodnarchuk, V. Ya. Skorobogatko, D. I. Bodnar, M. S. Siavavko, Kh. Yo. Kuchminska, M. O. Nedashkovskyi, V. Siemaszko, M. O'Donohoe, J. Murphy, B. Verdonk, A. Cuyt, T. M. Antonova, O. M. Sus, R. I. Dmytryshyn, O. S. Manzii, N. P. Hoenko, V. R. Hladun, O. E. Baran, and others.

The second chapter, the first of the main sections of the thesis, is devoted to the construction of expansions of special cases of the Horn hypergeometric series H_4 into branched continued fractions. Using transformations of double power series, new three- and four-term recurrence relations for Horn hypergeometric

functions H_4 are established. Based on these recurrence relations, in Section 2.2, expansions of the Horn hypergeometric series H_4 and their ratios in special cases

$$\frac{H_4(a,c_2;c_1,c_2;\mathbf{z})}{H_4(a+1,c_2;c_1+1,c_2;\mathbf{z})},\ \frac{H_4(a,c_2+1;c_1,c_2;\mathbf{z})}{H_4(a+1,c_2+1;c_1,c_2+1;\mathbf{z})},$$
$$\frac{H_4(a,c_2+1;c_1,c_2;\mathbf{z})}{H_4(a,c_2+2;c_1,c_2+1;\mathbf{z})}$$

into branched continued fractions

$$1-z_2-\cfrac{\frac{(2c_1-a)(a+1)}{c_1(c_1+1)}z_1}{1-z_2-\cfrac{\frac{(2c_1-a+1)(a+2)}{(c_1+1)(c_1+2)}z_1}{1-z_2-\cfrac{\frac{(2c_1-a+2)(a+3)}{(c_1+2)(c_1+3)}z_1}{1-\ddots}}},$$

$$1-\frac{c_2-a}{c_2}z_2-\cfrac{\frac{2(a+1)}{c_1}z_1}{1-z_2-\cfrac{\frac{(2c_1-a-1)(a+2)}{c_1(c_1+1)}z_1}{1-z_2-\cfrac{\frac{(2c_1-a)(a+3)}{(c_1+1)(c_1+2)}z_1}{1-\ddots}}},$$

and

$$1+\cfrac{\frac{a}{c_2(c_2+1)}z_2}{1+\left(\frac{a}{c_2+1}-1\right)z_2-\cfrac{\frac{2(a+1)}{c_1}z_1}{1-z_2-\cfrac{\frac{(2c_1-a-1)(a+2)}{c_1(c_1+1)}z_1}{1-\ddots}}},$$

respectively, are constructed.

The third chapter is devoted to establishing the domains of analytic continuation of the Horn hypergeometric functions H_4 and their ratios in special cases. These domains are the domains of convergence of their expansions into branched continued fractions. The key role here is played by the principle of correspondence between the formal double power series and the branched continued fraction. Approaches are considered in which the theorem on continuation of convergence from an already known small domain (an open connected set) to a larger one is used to establish the convergence criteria of branched continued fractions.

As a result of the research in Section 3.1, convergence criteria for branched continued fraction expansions with real coefficients were established. It was proved that Cartesian products of two planes with cuts are convergence domains of the expansions of the Horn hypergeometric functions H_4 and their ratios in special cases, and, in addition, these domains are domains of analytic continuation of these functions. In particular, it was established that the domain

$$\mathcal{D}_\tau = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 : \ z_k \notin \left[\frac{1}{4(1+\tau)}, +\infty \right), \ k = 1, 2 \right\}$$

is the domain of analytic continuation for the functions

$$\frac{H_4(a, c_2; c_1, c_2; \mathbf{z})}{H_4(a+1, c_2; c_1+1, c_2; \mathbf{z})} \text{ and } H_4(1, c_2; c_1, c_2; \mathbf{z}),$$

where $\tau > 0$ and depends on the parameters a and c_1, and for the ratio $H_4(a, c_2+1; c_1, c_2; \mathbf{z})/H_4(a, c_2+2; c_1, c_2+1; \mathbf{z})$ the domain of analytic continuation is the domain

$$\mathcal{P}_\tau = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 : \ z_1 \notin \left[\frac{1}{8\tau}, +\infty \right), \ z_2 \notin \left[\frac{1}{4\max\{1, 1 - a/(c_2+1)\}}, +\infty \right) \right\},$$

where $\tau > 0$ and depends on the parameters a, c_1 and c_2.

In Section 3.2, convergence criteria for branched continued fractions with complex coefficients are established. It is proved that the unions of bi-disks and Cartesian products of cardioid domains and half-planes are the convergence domains of these branched continued fractions, and, in addition, these domains are also domains of analytic continuation of special cases of the Horn hypergeometric functions H_4. In particular, it was established that the domain

$\mathcal{H}_{\mu,\nu}^{\kappa,\tau} = \mathcal{H}_{\mu,\nu} \cup \mathcal{H}^{\kappa,\tau}$ is the domain of analytic continuation for the functions

$$\frac{H_4(a, c_2+1; c_1, c_2; \mathbf{z})}{H_4(a+1, c_2+1; c_1, c_2+1; \mathbf{z})},$$

where

$$\mathcal{H}_{\mu,\nu} = \Bigg\{ \mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 : \ |z_1| < \frac{1+\cos(\arg(z_1))}{2\mu}, \\ \operatorname{Re}(z_2 \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/2)\arg(z_1)}) < \frac{\nu}{2}\cos\left(\frac{\arg(z_1)}{2}\right) \Bigg\},$$

$$\mathcal{H}^{\kappa,\tau} = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 : \ |z_1| < \frac{\kappa(1-\kappa)}{2\tau}, \ |z_2| < \frac{1-\kappa}{2} \right\},$$

μ is a positive number, $0 < \nu < 1$ and $\tau > 0$ and depends on the parameters a and c_1, $0 < \kappa < 1$, and for the ratio $H_4(a, c_2+1; c_1, c_2; \mathbf{z})/H_4(a, c_2+2; c_1, c_2+1; \mathbf{z})$ the domain of analytic continuation is the domain $\mathcal{H}_{\mu,\nu,\upsilon}^{\kappa,\tau,\upsilon} = \mathcal{H}_{\mu,\nu,\upsilon} \cup \mathcal{H}^{\kappa,\tau,\upsilon}$, where

$$\mathcal{H}_{\mu,\nu,\upsilon} = \Bigg\{ \mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 : \ |z_1| < \frac{1+\cos(\arg(z_1))}{2\mu}, \\ \operatorname{Re}(z_2 \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/2)\arg(z_1)}) > -\frac{\nu}{2\upsilon}\cos\left(\frac{\arg(z_1)}{2}\right) \Bigg\},$$

$$\mathcal{H}^{\kappa,\tau,\upsilon} = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 : \ |z_1| < \frac{\kappa(1-\kappa)}{2\tau}, \ |z_2| < \frac{1-\kappa}{2\upsilon} \right\},$$

μ is a positive number, $0 < \nu < 1$, $0 < \kappa < 1$, $\tau > 0$ and $\upsilon > 0$ and depends on the parameters a, c_1, and c_2.

The fourth chapter is devoted to the study of the convergence rate and numerical stability of expansions of special cases of the Horn hypergeometric series H_4 into branched continued fractions. Approaches are considered in which the formula for the difference of two approximants of a branched continued fraction is used to find estimates of the approximation errors for these expansions, and the periodic continued fraction is used to establish sets of their numerical stability.

As a result, in Section 4.1, estimates of approximation errors for branched continued fractions with real coefficients in regions (a domain which may include all, part, or none of its boundary) of the space $\mathbb{R}^2$, which are Cartesian products of two semi-axes, are found. In particular, it is proved that for each $\mathbf{z} \in \mathcal{R}_\kappa$ branched continued fraction expansions of functions $H_4(a, c_2; c_1, c_2; \mathbf{z})/H_4(a + 1, c_2; c_1 + 1, c_2; \mathbf{z})$ and $H_4(1, c_2; c_1, c_2; \mathbf{z})$ converge at least as fast as geometric series with ratio

$$\frac{\tau|z_1|}{(1 - z_2)^2 + \tau|z_1|},$$

and it is also established that the domain $\mathcal{D}_\tau \cup \mathcal{P}_\tau \cup \operatorname{Int}(\mathcal{R}_\kappa)$ is the domain of analytic continuation of these functions, where

$$\mathcal{D}_\tau = \left\{\mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 : \ z_k \notin \left[\frac{1}{4(1+\tau)}, +\infty\right), \ k = 1, 2\right\},$$
$$\mathcal{P}_\tau = \left\{\mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 : \ z_1 \notin \left[\frac{1}{8\tau}, +\infty\right), \ z_2 \notin \left[\frac{1}{4}, +\infty\right)\right\},$$
$$\mathcal{R}_\kappa = \left\{\mathbf{z} \in \mathbb{R}^2 : \ z_1 \le 0, \ z_2 \le \kappa\right\}, \ 0 < \kappa < 1.$$

$\tau > 0$ and depends on the parameters a and c_1,

In Section 4.2, the concept of the numerical stability set of a branched continued fraction is defined and explicit formulas for relative errors of computations of approximants of expansions of special cases of the Horn hypergeometric series H_4 into branched continued fractions are found and bi-disk sets of numerical stability for these expansions with complex coefficients are established. In particular, it is proved that the set

$$\mathcal{D}_{\kappa,\tau,\upsilon} = \left\{\mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 : \ |z_1| < \frac{\kappa(1-\kappa)}{2\tau}, \ |z_2| < \frac{1-\kappa}{2\upsilon}\right\}, \ \kappa \in \left(0, \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, 1\right)$$

is the numerical stability set for the expansion of ratio

$$\frac{H_4(a, c_2 + 1; c_1, c_2; \mathbf{z})}{H_4(a, c_2 + 2; c_1, c_2 + 1; \mathbf{z})},$$

where $\tau > 0$ and $\upsilon > 0$ and depends on the parameters a, c_1, and c_2.

Keywords: Horn hypergeometric function H_4, branched continued fraction, double power series, analytic function, approximation, continued fraction, recurrence relation, analytic continuation, convergence, rate of convergence, set of numerical stability, roundoff error.

АНОТАЦІЯ

Луців І.-А. В. Наближення спеціальних випадків гіпергеометричних функцій Горна H_4 гіллястими ланцюговими дробами. — Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 Математика. — Карпатський національний університет імені Василя Стефаника, Міністерство освіти і науки України. — Карпатський національний університет імені Василя Стефаника, Міністерство освіти і науки України, Івано-Франківськ, 2026.

Дисертаційна робота пов'язана із задачами встановлення рекурентних співвідношень гіпергеометричних рядів Горна H_4, побудови розвинень цих рядів та їх відношень у спеціальних випадках у гіллясті ланцюгові дроби, дослідження збіжності гіллястих ланцюгових дробових розвинень, встановлення областей аналітичного продовження гіпергеометричних функцій Горна H_4 та їх відношень у спеціальних випадках, встановлення оцінок швидкості збіжності та множин обчислювальної стійкості гіллястих ланцюгових дробових розвинень.

Ці задачі відносяться до раціональних наближень аналітичних функцій — одного із основних розділів аналітичної теорії гіллястих ланцюгових дробів. Гіллясті ланцюгові дроби — одне із багатовимірних узагальнень неперервних дробів — введено до розгляду В. Я. Скоробогатьком у 1966 році разом з Н. С. Дронюк, О. І. Бобиком, Б. Й. Пташником. Аналітична теорія гіллястих ланцюгових дробів розвивалася у працях П. І. Боднарчука, В. Я. Скоробогатька, Д. І. Боднара, М. С. Сявавка, Х. Й. Кучмінської, М. О. Недашковського, В. Семашка, М. О'Доногое, Дж. Мерфі, Б. Вердонк, А. Кайт, Т. М. Антонової, О. М. Сусь, Р. І. Дмитришина, О. С. Манзій, Н. П. Гоєнко, В. Р. Гладуна, О. Є. Баран та ін.

Другий розділ, перший із основних розділів дисертаційної роботи, присвячено побудові розвинень спеціальних випадків гіпергеометричних

рядів Горна H_4 у гіллясті ланцюгові дроби. Використовуючи перетворення подвійних степеневих рядів, встановлено нові трьох- та чотирьох-членні рекурентні співвідношення для гіпергеометричних функцій Горна H_4. На основі цих рекурентних співвідношень у підрозділі 2.2 побудовано розвинення гіпергеометричних рядів Горна H_4 та їх відношень у спеціальних випадках

$$\frac{H_4(a,c_2;c_1,c_2;\mathbf{z})}{H_4(a+1,c_2;c_1+1,c_2;\mathbf{z})},\ \frac{H_4(a,c_2+1;c_1,c_2;\mathbf{z})}{H_4(a+1,c_2+1;c_1,c_2+1;\mathbf{z})},$$
$$\frac{H_4(a,c_2+1;c_1,c_2;\mathbf{z})}{H_4(a,c_2+2;c_1,c_2+1;\mathbf{z})}$$

відповідно у гіллясті ланцюгові дроби

$$1-z_2-\cfrac{\dfrac{(2c_1-a)(a+1)}{c_1(c_1+1)}z_1}{1-z_2-\cfrac{\dfrac{(2c_1-a+1)(a+2)}{(c_1+1)(c_1+2)}z_1}{1-z_2-\cfrac{\dfrac{(2c_1-a+2)(a+3)}{(c_1+2)(c_1+3)}z_1}{1-\ddots}}},$$

$$1-\frac{c_2-a}{c_2}z_2-\cfrac{\dfrac{2(a+1)}{c_1}z_1}{1-z_2-\cfrac{\dfrac{(2c_1-a-1)(a+2)}{c_1(c_1+1)}z_1}{1-z_2-\cfrac{\dfrac{(2c_1-a)(a+3)}{(c_1+1)(c_1+2)}z_1}{1-\ddots}}},$$

та

$$1+\cfrac{\dfrac{a}{c_2(c_2+1)}z_2}{1+\left(\dfrac{a}{c_2+1}-1\right)z_2-\cfrac{\dfrac{2(a+1)}{c_1}z_1}{1-z_2-\cfrac{\dfrac{(2c_1-a-1)(a+2)}{c_1(c_1+1)}z_1}{1-\ddots}}}$$

Третій розділ присвячений встановленню областей аналітичного продовження гіпергеометричних функцій Горна H_4 та їх відношень у спеціальних випадках. Ці області є областями збіжності їхніх розвинень у гіллясті ланцюгові дроби. Ключову роль тут відіграє принцип відповідності між формальним подвійним степеневим рядом і гіллястим ланцюговим дробом. Розглянуто підходи, у яких для встановлення ознак збіжності гіллястих ланцюгових дробів використовується теорема про продовження збіжності із уже відомої малої області до більшої.

У результаті досліджень у підрозділі 3.1 встановлено ознаки збіжності для гіллястих ланцюгових дробових розвинень з дійсними коефіцієнтами. Доведено, що декартові добутки двох площин з розрізами є областями збіжності розвинень гіпергеометричних функцій Горна H_4 та їх відношень у спеціальних випадках, і, крім цього, ці області є областями аналітичного продовження цих функцій. Зокрема, встановлено, що область

$$\mathcal{D}_\tau = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 :\ z_k \notin \left[\frac{1}{4(1+\tau)}, +\infty \right),\ k = 1, 2 \right\},$$

де $\tau > 0$ і залежить від параметрів a та c_1, є областю аналітичного продовження для функцій

$$\frac{H_4(a, c_2; c_1, c_2; \mathbf{z})}{H_4(a+1, c_2; c_1+1, c_2; \mathbf{z})} \text{ та } H_4(1, c_2; c_1, c_2; \mathbf{z}),$$

а для відношення $H_4(a, c_2+1; c_1, c_2; \mathbf{z})/H_4(a, c_2+2; c_1, c_2+1; \mathbf{z})$ областю аналітичного продовження є область

$$\mathcal{P}_\tau = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 :\ z_1 \notin \left[\frac{1}{8\tau}, +\infty \right),\ z_2 \notin \left[\frac{1}{4\max\{1, 1 - a/(c_2+1)\}}, +\infty \right) \right\},$$

де $\tau > 0$ і залежить від параметрів a, c_1 та c_2.

У підрозділі 3.2 встановлено ознаки збіжності для гіллястих ланцюгових дробів з комплексними коефіцієнтами. Доведено, що об'єднаннями бікругів і декартових добутків кардіоїдних областей і півплощин є областями збіжності цих гіллястих ланцюгових дробів, і, крім цього, ці області є також областями аналітичного продовження спеціальних випадків гіпергеометричних функцій Горна H_4. Зокрема, встановлено, що область $\mathcal{H}_{\mu,\nu}^{\kappa,\tau} =$

$\mathcal{H}_{\mu,\nu} \cup \mathcal{H}^{\kappa,\tau}$, де

$$\mathcal{H}_{\mu,\nu} = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 : \ |z_1| < \frac{1+\cos(\arg(z_1))}{2\mu}, \right.$$
$$\left. \mathrm{Re}(z_2 \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/2)\arg(z_1)}) < \frac{\nu}{2}\cos\left(\frac{\arg(z_1)}{2}\right) \right\},$$
$$\mathcal{H}^{\kappa,\tau} = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 : \ |z_1| < \frac{\kappa(1-\kappa)}{2\tau}, \ |z_2| < \frac{1-\kappa}{2} \right\},$$

μ — додатне число, $0 < \nu < 1$ та $\tau > 0$ і залежить від параметрів a та c_1, $0 < \kappa < 1$, є областю аналітичного продовження для функції

$$\frac{H_4(a, c_2+1; c_1, c_2; \mathbf{z})}{H_4(a+1, c_2+1; c_1, c_2+1; \mathbf{z})},$$

а для відношення $H_4(a, c_2+1; c_1, c_2; \mathbf{z})/H_4(a, c_2+2; c_1, c_2+1; \mathbf{z})$ областю аналітичного продовження є область $\mathcal{H}^{\kappa,\tau,\upsilon}_{\mu,\nu,\upsilon} = \mathcal{H}_{\mu,\nu,\upsilon} \cup \mathcal{H}^{\kappa,\tau,\upsilon}$, де

$$\mathcal{H}_{\mu,\nu,\upsilon} = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 : \ |z_1| < \frac{1+\cos(\arg(z_1))}{2\mu}, \right.$$
$$\left. \mathrm{Re}(z_2 \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}/2)\arg(z_1)}) > -\frac{\nu}{2\upsilon}\cos\left(\frac{\arg(z_1)}{2}\right) \right\},$$
$$\mathcal{H}^{\kappa,\tau,\upsilon} = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 : \ |z_1| < \frac{\kappa(1-\kappa)}{2\tau}, \ |z_2| < \frac{1-\kappa}{2\upsilon} \right\},$$

μ — додатне число, $0 < \nu < 1$, $0 < \kappa < 1$, $\tau > 0$ та $\upsilon > 0$ і залежить від параметрів a, c_1 та c_2.

Четвертий розділ присвячений дослідженню швидкості збіжності та обчислювальній стійкості розвинень спеціальних випадків гіпергеометричних рядів Горна H_4 у гіллясті ланцюгові дроби. Розглянуто підходи, у яких для знаходження оцінок похибок наближень для цих розвинень використовується формула різниці двох підхідних дробів гіллястого ланцюгового дробу, а для встановлення множин їх обчислювальної стійкості — періодичний неперервний дріб.

У результаті у підрозділі 4.1 знайдено оцінки похибок наближень для гіллястих ланцюгових дробів з дійсними коефіцієнтами у замкнених областях простору $\mathbb{R}^2$, що є декартовими добутками двох півосей. Зокрема, доведено, що для кожного $\mathbf{z} \in \mathcal{R}_\kappa$, де

$$\mathcal{R}_\kappa = \left\{\mathbf{z} \in \mathbb{R}^2 : \ z_1 \leq 0, \ z_2 \leq \kappa\right\}, \ 0 < \kappa < 1,$$

гіллясті ланцюгові дробові розвинення функцій $H_4(a, c_2; c_1, c_2; \mathbf{z})/H_4(a + 1, c_2; c_1+1, c_2; \mathbf{z})$ та $H_4(1, c_2; c_1, c_2; \mathbf{z})$ збігаються принаймні так само швидко, як геометричний ряд з членом

$$\frac{\tau|z_1|}{(1-z_2)^2+\tau|z_1|},$$

де $\tau > 0$ і залежить від параметрів a та c_1, а також встановлено, що область $\mathcal{D}_\tau \cup \mathcal{P}_\tau \cup \mathrm{Int}(\mathcal{R}_\kappa)$, де

$$\mathcal{D}_\tau = \left\{\mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 : \ z_k \notin \left[\frac{1}{4(1+\tau)}, +\infty\right), \ k = 1, 2\right\},$$
$$\mathcal{P}_\tau = \left\{\mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 : \ z_1 \notin \left[\frac{1}{8\tau}, +\infty\right), \ z_2 \notin \left[\frac{1}{4}, +\infty\right)\right\},$$

є областю аналітичного продовження цих функцій.

У підрозділі 4.2 означено поняття множини обчислювальної стійкості гіллястого ланцюгового дробу та знайдено явні формули відносних похибок обчислень підхідних дробів розвинень спеціальних випадків гіпергеометричних рядів Горна H_4 у гіллясті ланцюгові дроби та встановлено бікругові множини обчислювальної стійкості для цих розвинень з комплексними коефіцієнтами. Зокрема, доведено, що множина

$$\mathcal{D}_{\kappa,\tau,\upsilon} = \left\{\mathbf{z} \in \mathbb{C}^2 : \ |z_1| < \frac{\kappa(1-\kappa)}{2\tau}, \ |z_2| < \frac{1-\kappa}{2\upsilon}\right\}, \ \kappa \in \left(0, \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, 1\right),$$

де $\tau > 0$ та $\upsilon > 0$ і залежить від параметрів a, c_1 та c_2, є множиною обчислювальної стійкості для розвинення відношення

$$\frac{H_4(a, c_2+1; c_1, c_2; \mathbf{z})}{H_4(a, c_2+2; c_1, c_2+1; \mathbf{z})}.$$

Ключові слова: гіпергеометрична функція Горна H_4, гіллястий ланцюговий дріб, подвійний степеневий ряд, аналітична функція, наближення, неперервний дріб, рекурентне співвідношення, аналітичне продовження, збіжність, швидкість збіжності, множина обчислювальної стійкості, похибка заокруглення.

LIST OF THE AUTHOR'S PUBLICATIONS IN WHICH THE SCIENTIFIC RESULTS OF THE THESIS ARE PUBLISHED

1. Дмитришин Р., Луців І.-А., Дмитришин М., Чезарано К. Про деякі області збіжності гіллястих ланцюгових дробових розвинень відношень гіпергеометричних функцій Горна H_4 // Укр. мат. журн. — 2024. — Том. 76, № 4. — С. 502—508 (Engl. transl.: Dmytryshyn R., Lutsiv I.-A., Dmytryshyn M., Cesarano C. On some domains of convergence of branched continued fraction expansions of the ratios of Horn hypergeometric functions H_4 // Ukr. Math. J. — 2024. Vol. 76, № 4. — P. 559–565).
   DOI: https://doi.org/10.3842/umzh.v74i4.7877
   DOI: https://doi.org/10.1007/s11253-024-02338-3
   URL: https://www.scopus.com/pages/publications/85204725019
2. Antonova T., Dmytryshyn R., Lutsiv I.-A., Sharyn S. On some branched continued fraction expansions for Horn's hypergeometric function $H_4(a, b; c, d; z_1, z_2)$ ratios // Axioms. — 2023. — Vol. 12, Iss. 3. — Art. 299.
   DOI: https://doi.org/10.3390/axioms12030299
   URL: https://www.scopus.com/pages/publications/85151161720
3. Dmytryshyn R., Cesarano C., Dmytryshyn M., Lutsiv I.-A. A priori bounds for truncation error of branched continued fraction expansions of Horn's hypergeometric functions H_4 and their ratios // Res. Math. — 2025. — Vol. 33, № 1. — P. 13–22.
   DOI: https://doi.org/10.15421/242502
   URL: https://www.scopus.com/pages/publications/105014195982
4. Dmytryshyn M. V., Cesarano C., Kondur O., Lutsiv I.-A. On the numerical stability of the branched continued fraction expansion of the ratio $H_4(a, d+1; c, d; \mathbf{z})/H_4(a, d+2; c, d+1; \mathbf{z})$ // Mat. Stud. — 2025. — Vol. 64, № 2. — P. 133–143.
   DOI: https://doi.org/10.30970/ms.64.2.133-143

URL: https://www.scopus.com/pages/publications/105030997229

5. Dmytryshyn R., Cesarano C., Lutsiv I.-A., Dmytryshyn M. Numerical stability of the branched continued fraction expansion of the Horn's hypergeometric function H_4 // Mat. Stud. — 2024. — Vol. 61, № 1. — P. 51–60.
DOI: https://doi.org/10.30970/ms.61.1.51-60
URL: https://www.scopus.com/pages/publications/85190157208
6. Dmytryshyn R., Cesarano C., Lutsiv I.-A. On the analytical continuation of the ratio $H_4(\alpha,\delta+1;\gamma,\delta;-\mathbf{z})/H_4(\alpha,\delta+2;\gamma,\delta+1;-\mathbf{z})$ // Res. Math. — 2025. — Vol. 33, № 2. — P. 65—76.
DOI: https://doi.org/10.15421/242515
URL: https://www.scopus.com/pages/publications/105031301177
7. Dmytryshyn R., Cesarano C., Lutsiv I.-A. Truncation error bounds of branched continued fraction expansions of special ratios of Horn's hypergeometric functions H_4 // Altay Conf. Proc. Math. — 2025. — Vol.2, № 1. — P. 23–31.
DOI: https://doi.org/10.64700/altay.15
8. Dmytryshyn R., Lutsiv I.-A., Bodnar O. On the domains of convergence of the branched continued fraction expansion of ratio $H_4(a,d+1;c,d;\mathbf{z})/H_4(a,d+2;c,d+1;\mathbf{z})$ // Res. Math. — 2023. — Vol. 31, № 2. — P. 19–26.
DOI: https://doi.org/10.15421/242311
URL: https://www.scopus.com/pages/publications/85180992481
9. Dmytryshyn R., Lutsiv I.-A., Dmytryshyn M. On the analytic extension of the Horn's hypergeometric function H_4 // Carpathian Math. Publ. — 2024. — Vol. 16, № 1. — P. 32–39.
DOI: https://doi.org/10.15330/cmp.16.1.32-39
URL: https://www.scopus.com/pages/publications/85190099502
10. Dmytryshyn R. I., Lutsiv I.-A. V. Three- and four-term recurrence relations for Horn's hypergeometric function H_4 // Res. Math. — 2022. — Vol. 30, № 1. — P. 21–29.
DOI: https://doi.org/10.15421/242203
URL: https://www.scopus.com/pages/publications/85134173808

LIST OF THE AUTHOR'S PUBLICATIONS IN WHICH THE RESULTS OF THE THESIS ARE APPROVED

1. Дмитришин Р. І., Луців І.-А. В. Про збіжність гіллястих ланцюгових дробових розвинень відношень гіпергеометричних функцій Горна H_4 для деяких значень параметрів // Дев'ятнадцята міжнар. наук. конф. ім. акад. М. Кравчука (Київ, 11–12 жовтня 2023 р.): тези доп. — Київ, 2023. — С. 106–107.
2. Lutsiv I.-A. V. An approximation to Horn's hypergeometric function H_4 by branched continued fraction // Int. Workshop on Current Trends in Anal. and Approx. Theory (July 18, 2023, Rome, Italy): Proc. Book. — Rome, 2023. — P. 61–63.
3. Lutsiv I.-A. V. Branched continued fraction expansions for ratios of Horn's hypergeometric function H_4 // Intern. Online Conf. "Current Trends in Abstract and Applied Analysis" (Ivano-Frankivsk, May 12–15, 2022): Book of Abstracts. — Ivano-Frankivsk, 2022. — P. 49–50.
4. Lutsiv I.-A. Numerical stability of the branched continued fraction expansion of the ratio $H_4(a, b; c, b; \mathbf{z})/H_4(a+1, b; c+1, b; \mathbf{z})$ // V Міжнар. конф. присвячена 145-річчю з дня народження Ганса Гана (Чернівці, 23–27 вересня 2024 р.): тези конф. — Чернівці, 2024. — С. 154–155.
5. Lutsiv I.-A. Truncation error bounds of branched continued fraction expansions of some Horn's hypergeometric functions H_4 // Int. Workshop on Modern Probl. of Anal., Optim., Approx. and Their Appl. (June 25-27, 2025, Rome, Italy): Proc. Book. — Rome, 2025. — P. 59–60.