

Голові спеціалізованої вченої ради
ДФ 20.051.197
Карпатського національного
університету імені Василя
Стефаника доктору
фізико-математичних наук,
професору Загороднюку Андрію
Васильовичу
(76018, м. Івано-Франківськ, вул.
Шевченка, 57)

РЕЦЕНЗІЯ

доктора фізико-математичних наук, професора,
декана факультету математики та інформатики
Карпатського національного університету імені Василя Стефаника
Шарина Сергія Володимировича
на дисертаційну роботу **Пономарьова Ростислава Володимировича**
«Алгебри симетричних аналітичних функцій на
декартових добутках банахових просторів»,
подану на здобуття ступеня доктора філософії
в галузі знань 11 Математика та статистика
за спеціальністю 111 Математика

Дисертаційна робота присвячена дослідженню алгебр симетричних аналітичних функцій на комплексних та дійсних банахових просторах. Алгебри симетричних аналітичних функцій на банахових просторах вивчалися у працях Р. Арона, П. Галіндо, А. Загороднюка, І. Чернеги, Т. Васишлина, С. Васишлин, В. Кравців та інших.

Актуальність теми дисертації зумовлена кількома чинниками. По-перше, аналітичні функції на банахових просторах залишаються одним із центральних об'єктів сучасного нелінійного функціонального аналізу, а опис спектрів алгебр аналітичних функцій на банахових просторах у багатьох випадках досі не завершений. По-друге, накладення додаткової умови симетричності на аналітичні функції, та, зокрема, на поліноми на банахових просторах, дозволяє отримати підалгебри відповідних алгебр аналітичних функцій та алгебр поліномів, які мають ряд важливих властивостей. Зокрема, у багатьох випадках такі підалгебри виявляються скінченно породженими чи зліченно породженими, що має суттєве значення при описі їхніх спектрів. Крім того, методи розроблені для алгебр симетричних функцій можуть бути поширені на ширший клас алгебр функцій, зокрема, через побудову послідовностей алгебр, для яких елементи кожної наступної алгебри задовольняють, у загальному випадку, слабші умови симетрії, ніж попередньої. Одержані результати мають також потенційний

інтерес для статистичної квантової фізики, де симетричні поліноми використовуються для побудови статистичних сум багаточастинкових систем. Отже, дослідження відповідає актуальним тенденціям розвитку функціонального аналізу й водночас відкриває прикладні перспективи. Тому вважаю, що тематика дисертаційного дослідження є актуальною.

Результати дисертаційного дослідження опубліковано у шести наукових працях, серед яких чотири статті у фахових виданнях (1 стаття в журналі категорії Б і 3 статті в журналах, що входять до наукометричних баз даних Scopus та/або Web of Science) та 2 тез доповідей на конференціях.

Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків до кожного розділу, списку використаних джерел (75 найменувань) та додатка, що містить перелік публікацій автора і відомості про апробацію результатів. Структура дисертації логічна і відповідає меті та поставленим завданням.

У вступі чітко обґрунтовано актуальність обраної теми, показано зв'язок роботи з науково-дослідними проектами, сформульовано об'єкт, предмет, мету та завдання дослідження, окреслено застосовані методи. Виділено наукову новизну і практичне значення отриманих результатів, зазначено особистий внесок здобувача, наведено відомості про публікації та апробацію основних результатів.

У розділі 1 здійснено огляд літератури за тематикою дисертації та викладено необхідні теоретичні відомості.

У розділі 2 детально проаналізовано алгебри комплекснозначних неперервних симетричних поліномів на декартовому добутку комплексних банахових просторів функцій, абсолютно інтегровних у відповідних степенях за Лебегом. Побудовано їхні алгебраїчні базиси.

У розділі 3 встановлено зв'язок між алгебрами дійснозначних неперервних поліномів на дійсних банахових просторах та алгебрами комплекснозначних неперервних поліномів на комплексифікаціях цих просторів, що містять комплексні продовження елементів цих алгебр. За допомогою цих результатів побудовано алгебраїчні базиси алгебр дійснозначних неперервних симетричних поліномів на декартовому добутку дійсних банахових просторів функцій, абсолютно інтегровних у відповідних степенях за Лебегом.

У розділі 4 описано спектр алгебри цілих симетричних неперервних комплекснозначних функцій обмеженого типу на декартовому добутку комплексних банахових просторів функцій, відповідні степені яких абсолютно інтегровні за Лебегом та побудовано ізоморфну цій алгебрі алгебру цілих функцій на скінченновимірному просторі. Побудовано дійсний аналог алгебри цілих функцій обмеженого типу на комплексифікації довільного дійсного банахового простору. Застосовано цю конструкцію для побудови дійсного аналога алгебри цілих симетричних неперервних комплекснозначних функцій обмеженого типу на декартовому добутку комплексних банахових просторів функцій, абсолютно інтегровних у відповідних степенях за Лебегом.

Всі отримані та описані вище результати є новими, тому наукова новизна дисертації не викликає сумнівів. Наукові результати належним чином обґрунтовані і підтверджені строгими математичними доведеннями, наведеними в тексті дисертації. Висновки дисертанта аргументовані, логічно впливають із проведених досліджень.

Отримані результати мають передусім теоретичний характер. Отримані результати вже знаходять відгук у наукових дослідженнях, що проводяться в Карпатському національному університеті імені Василя Стефаника, та можуть бути впроваджені в інших науково-дослідних установах і закладах вищої освіти. Під час виконання дисертації здобувач дотримувався принципів академічної доброчесності. За результатами перевірки та аналізу тексту роботи не виявлено жодних ознак академічного плагіату, фабрикації чи фальсифікації.

Зауваження до змісту та тексту дисертації:

1. Сторінка 11, рядок 11: має бути пробіл після слова “Math”.
2. Сторінка 11, рядок 20: має бути пробіл перед відкриваючою дужкою.
3. Сторінка 18, рядок 15: замість “їх значень” краще було написати “своїх значень”.
4. Сторінка 18, рядок 5 знизу: кома перед словом “та” є зайвою.
5. Сторінка 18, рядки 2 і 3 знизу: замість “Повний опис спектра ...” коректніше було написати “Задача повного опису спектра...”.
6. Сторінка 24: в пункті “Публікації”, замість “3 статей” має бути “3 статті”, замість “кожна з яких опублікована у виданнях” має бути “кожна з яких опублікована у виданні”, замість “одна стаття 1 стаття” повинно бути “1 стаття”, а також замість “наукових видання України” має бути “наукових виданнях України”.
7. Сторінка 27, передостанній абзац: скрізь замість “називати” має бути “позначати”, бо математичні об’єкти не називають якимось символом, а позначають.
8. Хоча відображення Q_A , визначене формулою (1.7), і є коректно визначеним математичним об’єктом, проте, на мою думку, зручніше було б ввести його наступним чином: задати певне відображення, скажімо, $J_{n,A}$, з алгебри поліномів від n скалярних змінних у множину відображень, які діють з декартового степеня A^n в алгебру A , за допомогою правої частини формули (1.7). Тоді відображення Q_A можна було б записати у вигляді $J_{n,A}(Q)$, що дозволило б уникнути зайвих труднощів, наприклад, при читанні

формулювання і доведення леми 3.1 на сторінках 86-87, де позначення Q_A використано для кількох різних алгебр A та поліномів Q .

9. Сторінка 50, рядок перед рівністю (2.30): замість “побудуємо” має бути “покладемо”.
10. Сторінка 79, рядок 7: замість символів “ AL ” має бути відповідна множина мультиіндексів. Схоже на те, що автор некоректно використав макро-означення мови розмітки LaTeX.
11. В доведенні леми 3.3 на с. 92 можна було б дещо скоротити текст, увівши і використавши спеціальні позначення замість громіздких явних виразів для декартових добутків відповідних просторів.

Дисертаційна робота Пономарьова Ростислава Володимировича «Алгебри симетричних аналітичних функцій на декартових добутках банахових просторів» є завершеним самостійним науковим дослідженням. Виконана робота свідчить про добрий рівень наукової підготовки здобувача, а результати роботи відзначаються обґрунтованістю та достовірністю.

Підсумовуючи викладене, вважаю, що рецензована дисертаційна робота за змістом, структурою, оформленням та кількістю публікацій повністю відповідає вимогам наказу Міністерства освіти і науки України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» (зі змінами), «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 р. № 44 (зі змінами). Автор дисертації, Пономарьов Ростислав Володимирович, заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії у галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

Доктор фізико-математичних наук, професор,
декан факультету математики та інформатики
Карпатського національного університету
імені Василя Стефаника

Сергій ШАРИН