

Голові спеціалізованої вченої ради
ДФ 20.051.197 Карпатського національного
університету імені Василя Стефаника
доктору фізико-математичних наук,
професору Загороднюку Андрію
Васильовичу (76018, м. Івано-Франківськ,
вул. Шевченка, 57)

ВІДГУК

офіційного опонента, доктора фізико-математичних наук, професора,
завідувача кафедри алгебри, топології та основ математики
Львівського національного університету імені Івана Франка

Банаха Тараса Онурійовича

на дисертаційну роботу **Пономарьова Ростислава Володимировича**
«Алгебри симетричних аналітичних функцій на декартових добутках
банахових просторів»,

подану на здобуття ступеня доктора філософії в галузі знань

11 Математика та статистика за спеціальністю 111

Математика

Актуальність теми дослідження. Дисертація присвячена дослідженню базисів алгебр симетричних неперервних поліномів і спектрів алгебр цілих симетричних функцій обмеженого типу на декартових добутках деяких банахових просторів, зокрема, дійсних і комплексних версій просторів інтегровних за Лебегом у певних степенях функцій на відрізку. Дослідження, проведені у дисертаційній роботі, є природним продовженням як досліджень, проведених у класичних роботах Немировського, Семенова та Гонсалеса, Гонсало, Харамільо, так і сучасних досліджень Арона, Галіндо, Загороднюка, Василюшина та інших і лежить в руслі досліджень, пов'язаних із відомою задачею опису спектру алгебри Фреше цілих функцій обмеженого типу на банаховому просторі та підалгебр такої алгебри.

Зміст роботи і новизна одержаних результатів. Дисертація складається зі вступу, 4 розділів, розбитих на підрозділи, висновків та списку використаних джерел. Повний обсяг дисертації становить 142 сторінки. Список використаних джерел містить 75 найменувань.

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертаційного дослідження, встановлено зв'язок дослідження з науково-дослідними роботами та проектами, сформульовано мету, завдання, об'єкт, предмет та методи дослідження, зазначено наукову новизну, практичне значення отриманих результатів та особистий внесок здобувача, також зазначено, де опубліковано і де було апробовано результати дисертаційного дослідження.

Перший підрозділ **першого розділу** присвячений історичному розвитку досліджень алгебр симетричних аналітичних функцій на банахових просторах починаючи від класичних досліджень і закінчуючи сучасними підходами. Другий підрозділ **першого розділу** містить формалізацію основних понять, тут викладено ключові означення, теореми й підходи, які формують структуру подальших дослідницьких кроків.

Другий розділ присвячено дослідженню алгебри комплекснозначних неперервних симетричних поліномів на декартовому добутку комплексних банахових просторів функцій, абсолютно інтегровних у відповідних степенях за Лебегом.

Третій розділ присвячено дослідженню зв'язків між алгебрами дійснозначних неперервних поліномів на дійсних банахових просторах та алгебрами комплекснозначних неперервних поліномів на комплексифікаціях цих просторів, що містять комплексні продовження елементів цих алгебр. Також отримані результати використано для дослідження алгебри симетричних неперервних поліномів на декартовому добутку дійсних банахових просторів функцій, абсолютно інтегровних у відповідних степенях за Лебегом.

Четвертий розділ присвячено, по-перше, дослідженню алгебри цілих симетричних неперервних комплекснозначних функцій обмеженого типу на декартовому добутку комплексних банахових просторів функцій, відповідні степені яких абсолютно інтегровні за Лебегом. По-друге, побудові на довільному дійсному банаховому просторі деякого дійсного аналога алгебри цілих функцій обмеженого типу на комплексифікації цього простору, та дослідженню його властивостей. По-третє, побудові дійсного аналога алгебри цілих симетричних неперервних комплекснозначних функцій обмеженого типу на декартовому добутку комплексних банахових просторів функцій, абсолютно інтегровних у відповідних степенях за Лебегом та описі спектра отриманої алгебри.

В цілому дисертація справляє хороше враження. Отримані результати є новими, цікавими та вказують на можливі застосування до практичних задач.

Відсутність порушення академічної доброчесності. За результатами перевірки дисертаційної роботи та публікацій не виявлено ознак академічного плагіату, елементів фабрикації та фальсифікації. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело. У дисертаційній роботі відсутні порушення академічної доброчесності.

Обґрунтованість і достовірність одержаних результатів. Усі основні результати дисертації строго обґрунтовані та супроводжуються коректними математичними доведеннями.

Апробація результатів і публікації. Результати дисертації опубліковано в чотирьох статтях у фахових наукових журналах, три з яких проіндексовано в наукометричній базі даних Scopus, та анонсовано на двох конференціях.

Практичне значення результатів дисертації. Результати дисертації мають теоретичне значення.

Зауваження. Дисертація Ростислава Володимировича Пономарьова написана акуратно і грамотно, текст дбайливо вичитаний і практично не містить описок. Тематика досліджень сучасна і актуальна.

Один з основних результатів (про структуру алгебраїчної бази алгебри неперервних симетричних поліномів на декартовому добутку просторів Лебега з різними параметрами) дивовижно складний і спершу доводиться для лінійно впорядкованих параметрів (доведення цього по суті допоміжного випадку займає 27 сторінок) і потім зведення загального випадку до спеціального впорядкованого займає ще 9 сторінок. Разом $27+9=36$ сторінок, а це добра третина дисертації, займає доведення одної єдиної фундаментальної теореми про базис! Тому враження про цю дисертацію теж відповідне, а саме, фундаментальне. Пророблена складна і важлива робота, на яку будуть посилатися спеціалісти, що потребуватимуть алгебраїчних баз у просторах поліномів від багатьох змінних (що не є аж такою екзотикою).

Хоча, як я зазначав, дисертація дбайливо вичитана, все ж трапляються описки, які свідчать про дві речі: (1) опонент читав текст дисертації і (2) дисертант не використовував Штучного Інтелекту для вчитування остаточного тексту. Ось цей короткий список стилістичних зауважень та описок, які вдалося виловити:

1. На сторінці 3 автор пише, що «у підрозділі 2.3 вставлено ізоморфізм між алгебрами». Яюсь до того не бачив, щоб математики вставляли свої теореми, здебільшого доводили, але оскільки доведення теореми довжелезне, на 36 сторінок, то, можливо, дійсно довелося «вставляти»...
2. В останній лінійці тієї ж сторінки 3 є не зовсім українське слово «Скориставшись ізоморфністю».
3. «властивостей» на сторінці 5.
4. Незважаючи на складність доведення теореми про базу, не думаю, що вартувало виділяти допоміжну по своїй суті теорему про бази на впорядкованих добутках як один з основних результатів і згадувати його серед нових результатів на сторінці 22. Роль цієї теореми – бути лемою, яка прокладає дорогу «королю» -- справді остаточному результату, про який і треба було трубити на всі голоси.
5. Є неузгодженість дієслів у реченні «...Вінером було узагальнено інтегральну формулу Коші на випадок векторнозначних аналітичних функцій від однієї комплексної змінних і зберегти значну кількість результатів».
6. У реченні «В середині 1940-х років значний вклад було зроблено М.А. Цорном [30–32], а на початку 1950-х років - Себастьяо е Сілвою» вартувало б уточнити що це за вклад і до якої теорії. Хоча можливо

малося на увазі щось інше, в дусі «вставлення» теорем, бо «вклад» це теж свого роду «вставлення».

7. Скрізь у дисертації автор бере послідовності у фігурні дужки, як от послідовність $\{x_j\}_j$ на сторінці 50, але така система позначень конфліктує з стандартним позначенням множин, адже послідовність несе в собі більше інформації ніж просто множина її значень. Послідовність теж кодує порядок, в якому ці значення набуваються. Тому в математиці для позначення послідовностей, чи інших індексованих об'єктів зазвичай використовують круглі дужки, а не фігурні. Згадаймо хоча б різницю між впорядкованими парами (x,y) та неупорядкованими $\{x,y\}$.
8. Чергова неузгодженість слів у реченні «Таким чином, наше початкове припущення неможливо» на сторінці 52.

Але це все дрібниці, які непорівнянні з монументальністю та фундаментальністю основних результатів, отриманих у цій дуже якісній дисертаційній роботі, від читання якої я отримав справжнє математичне задоволення.

Висновок. Вважаю, що дисертаційна робота «**Алгебри симетричних аналітичних функцій на декартових добутках банахових просторів**» Пономарьова Ростислава Володимировича є завершеною науковою працею, що містить нові важливі наукові результати. Основні результати дослідження є добре висвітлені у наукових працях. Робота повністю відповідає усім вимогам спеціальності 111 Математика та вимогам наказу Міністерства освіти і науки України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» (зі змінами), «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 р. № 44 (зі змінами), а її автор, Пономарьов Ростислав Володимирович, заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії у галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

Офіційний опонент:

доктор фізико-математичних наук, професор,
завідувач кафедри алгебри, топології та основ математики
Львівського національного університету імені Івана Франка

_____ Тарас БАНАХ