

Голові спеціалізованої вченої ради
ДФ 20.051.213 Карпатського національного
університету імені Василя Стефаника
доктору фізико-математичних наук,
професору Шарину Сергію
Володимировичу (76018, м.
Івано-Франківськ, вул. Шевченка, 57)

РЕЦЕНЗІЯ

доктора фізико-математичних наук, професора,
професора кафедри математичного і функціонального аналізу
Карпатського національного університету імені Василя Стефаника

Василишина Тараса Васильовича
на дисертаційну роботу **Долішняк Дарини Юріївни**
«Топологічна транзитивність та хаотичність операторів, пов'язаних з
симетричними та субсиметричними поліномами»,
подану на здобуття ступеня доктора філософії
в галузі знань 11 Математика та статистика
за спеціальністю 111 Математика

Тематика дисертаційної роботи знаходиться на перетині нелінійного функціонального аналізу, теорії функцій комплексної змінної, теорії дискретних динамічних систем та класичної теорії інваріантів. Якщо на банаховому просторі X діє деяка група або напівгрупа G ізометричних операторів, то важливою і цікавою є задача опису поліноміальних та аналітичних інваріантів цієї (напів)групи. Тобто, опису поліномів та, більш загально, аналітичних функцій, які є інваріантними (тобто симетричними) відносно дії операторів з G . Множина G -інваріантних аналітичних функцій утворює комутативну алгебру і важливим є питання опису спектру такої алгебри. Серед точок спектру важливе місце займають функціонали обчислення значень в точках простору X , які відповідають класам еквівалентності на X відносно дії напівгрупи G . На фактор-просторі існують природні метричні та алгебраїчні структури та відображення які можуть мати цікаву динаміку. Серед можливих напівгруп G важливими є представлення групи перестановок множини натуральних чисел та напівгрупи ін'єктивних відображень натуральних чисел в себе. Це призводить до розгляду так званих симетричних і субсиметричних поліномів та аналітичних функцій. Перші результати для симетричних поліномів на банахових просторах було отримано в роботах А. Неміровського, С. Семьонова, Р. Гонзало, М. Гонзалеза, Х. Харамілло. Субсиметричні поліноми досліджувались в роботах П. Гаєка, Р. Гонзало та ін. Алгебри симетричних аналітичних функцій обмеженого типу та їх спектр досліджувались в працях Р. Аленкара, Р. Арона, П. Галіндо, А. Загороднюка, І. Чернеги, В. Кравців та інших математиків. Симетричні аналоги операторів зсуву та їх топологічну транзитивність було досліджено в роботах З. Новосад, І.

Чернеги, О. Голубчака, А. Загороднюка.

У дисертаційній роботі вперше розглянуто алгебри субсиметричних аналітичних функцій на банахових просторах з субсиметричним базисом та динаміку операторів пов'язаних з напівгрупою субсиметричних перетворень. Тому вважаю, що тематика дисертаційного дослідження є важливою та актуальною.

Результати дисертаційного дослідження опубліковано у восьми наукових працях, серед яких три статті у фахових виданнях (усі статті в журналах, що входять до наукометричних баз даних Scopus та/або Web of Science) та 5 тез доповідей на конференціях.

Дисертація складається зі вступу, трьох розділів, списку використаних джерел (53 найменування) та додатка, що містить перелік публікацій автора і відомості про апробацію результатів. Структура дисертації логічна і відповідає меті та поставленим завданням.

У вступі чітко обґрунтовано актуальність обраної теми, показано зв'язок роботи з науково-дослідними проектами, сформульовано об'єкт, предмет, мету та завдання дослідження, окреслено застосовані методи. Виділено наукову новизну і практичне значення отриманих результатів, зазначено особистий внесок здобувача, наведено відомості про публікації та апробацію основних результатів.

У розділі 1 здійснено огляд літератури за тематикою дисертації та викладено необхідні теоретичні відомості.

У розділі 2 отримано нові важливі результати для алгебри субсиметричних поліномів у просторі абсолютно сумовних послідовностей в степені p та її поповнення відносно топології рівномірної збіжності на обмежених множинах – алгебри субсиметричних аналітичних функцій обмеженого типу. У цьому розділі, використовуючи лему Цорна, побудовано розривні субсиметричні поліноми на просторі збіжних послідовностей, знайдено нові гомоморфізми в алгебрі субсиметричних поліномів, отримано досить загальний результат про продовження субсиметричних поліномів на ширші простори та побудовано нові характери алгебри субсиметричних функцій обмеженого типу, які не є функціоналами значень в точках простору, продемонстровано застосування для апроксимацій субсиметричних неперервних функцій та у теорії операторів. Також у другому розділі доведено, що алгебра субсиметричних поліномів є факторіальною, тобто довільний поліном, який ділить деякий субсиметричний поліном є субсиметричним, і поширено ці результати на більш загальний новий об'єкт – алгебру прото-субсиметричних поліномів. Крім того, дисертантка запропонувала оператор субсиметричного зсуву і використала його для введення операторів субсиметричного диференціювання. Доведено основні властивості цих операторів.

У розділі 3 розглянуто метричні фактор-простори відносно симетричних та субсиметричних перетворень (які можна ототожнити з множиною мультимножин та з множиною впорядкованих мультимножин), введено аналоги операторів лівого зваженого зсуву та досліджено умови топологічної транзитивності цих операторів. Також у цьому розділі доведено гіперциклічність операторів субсиметричного диференціювання та знайдено умови хаотичності для операторів пов'язаних з субсиметричним зсувом.

Всі отримані та описані вище результати є новими, тому наукова новизна дисертації не викликає сумнівів. Наукові результати належним чином обґрунтовані і підтверджені строгими математичними доведеннями, наведеними в тексті дисертації. Висновки дисертації аргументовані, логічно впливають із проведених досліджень.

Отримані результати мають передусім теоретичний характер. Отримані результати вже знаходять застосування у наукових дослідженнях, що проводяться в Карпатському національному університеті імені Василя Стефаника, та можуть бути впроваджені в інших науково-дослідних установах і закладах вищої освіти. Під час виконання дисертації здобувачка дотримувалася принципів академічної доброчесності. За результатами перевірки та аналізу тексту роботи не виявлено жодних ознак академічного плагіату, фабрикації чи фальсифікації.

Зауваження до змісту та тексту дисертації:

1. На сторінці 61 у реченні «Отже, вектори e_γ , $\gamma \in A$ базис Шаудера...» допущено друкарську та граматичну неточності: слово «вектори» слід замінити на «вектори», а також пропущено присудок «утворюють базис Шаудера».
2. На сторінці 63 речення «Нехай a буде числом, яке дорівнює деякій координаті вектора x задовольняє таку умову...» граматично неправильне: пропущено сполучник або треба перебудувати речення. Наприклад: «Нехай a буде числом, яке дорівнює деякій координаті вектора x і задовольняє таку умову...».
3. На сторінці 88 допущено орфографічні помилки «субсиметрична аналітична функція», «субсиметрична функція».
4. На сторінці 110 у реченні «...канонічний представник завжди існує та є єдиним.» порушено узгодження числа.
5. У підрозділі 2.7. введений клас прото-субсиметричних функцій є новим, однак варто було б детальніше порівняти його з уже відомими класами інваріантних функцій та показати приклади, де новий клас є суттєво ширшим.

Дисертаційна робота Долішняк Дарини Юріївни «Топологічна транзитивність та хаотичність операторів, пов'язаних з симетричними та субсиметричними поліномами» є завершеним самостійним науковим дослідженням. Виконана робота свідчить про добрий рівень наукової підготовки здобувача, а результати роботи відзначаються обґрунтованістю та достовірністю.

Підсумовуючи викладене, вважаю, що рецензована дисертаційна робота за змістом, структурою, оформленням та кількістю публікацій повністю відповідає вимогам наказу Міністерства освіти і науки України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» (зі змінами), «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 р. № 44 (зі змінами). Авторка дисертації,

Долішняк Дарина Юріївна, заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії у галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

Доктор фізико-математичних наук,
професор, професор кафедри
математичного і функціонального
аналізу Карпатського національного
університету імені Василя Стефаника

Тарас ВАСИЛИШИН