

Голові спеціалізованої вченої ради
ДФ 20.051.214
Карпатського національного
університету імені Василя Стефаника
доктору фізико-математичних наук,
професору Загороднюку Андрію Васильовичу
(76018, м. Івано-Франківськ,
вул. Шевченка, 57)

РЕЦЕНЗІЯ

доктора фізико-математичних наук, професора, професора кафедри математичного і функціонального аналізу Карпатського національного університету імені Василя Стефаника **Василишина Тараса Васильовича** на дисертаційну роботу **Луців Ілони-Анни Василівни «Наближення спеціальних випадків гіпергеометричних функцій Горна H_4 гіллястими ланцюговими дробами»**, подану на здобуття ступеня доктора філософії в галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика

Об'єктом дослідження у дисертаційній роботі Луців Ілони-Анни Василівни є гіллясті ланцюгові дробові розвинення гіпергеометричних функцій Горна H_4 та їх відношень у спеціальних випадках.

Тема дисертаційного дослідження є актуальною, оскільки гіпергеометричні функції знаходять широке застосування у математиці, фізиці, астрономії, біології та інших галузях науки. Задача їх наближення надалі залишається предметом сучасних наукових досліджень.

Одним із ефективних інструментів раціонального наближення аналітичних функцій є неперервні дроби та їх багатовимірні узагальнення – гіллясті ланцюгові дроби. Найважливішою задачею їхньої теорії є дослідження збіжності, що знайшло відображення у значній кількості наукових праць. Такий інтерес зумовлений тим, що гіллясті ланцюгові дроби, порівняно зі степеневими рядами, забезпечують ширші області та кращу швидкість збіжності. До того ж, вони гарантують обчислювальну стійкість завдяки малому накопиченню похибок під час обчислень.

Дослідження неперервних дробів пов'язані з іменами таких видатних математиків, як Л. Ойлер, К. Ф. Гаус, А.-М. Лежандр, К. Г. Якобі, Б. Ріман, Т. Й. Стілтєс та багато інших. Вагомий внесок у теорію гіллястих ланцюгових дробів зробили П. І. Боднарчук, В. Я. Скоробогатько, Д. І. Боднар, М. С. Сявавка,

Х. Й. Кучмінська, М. О. Недашковський, Р. І. Дмитришин, В. Семашко, М. О'Донogue, Дж. Мерфі, Б. Вердонк, А. Кайт та інші.

Перші розвинення відношень гіпергеометричної функції Аппеля F_1 у формальні гіллясті ланцюгові дроби були побудовані Н. С. Дронюк. Згодом Д. І. Боднар, Р. І. Дмитришин, Т. М. Антонова, В. Р. Гладун, Н. П. Гоєнко, О. С. Манзій та інші у низці праць побудували й дослідили розвинення для функцій F_2 , F_3 та F_4 , а також для гіпергеометричних функцій Лаурічелли F_D , Лаурічелли-Сарана F_S , та функцій Горна H_3 , H_6 та H_7 .

Разом з тим, відкритими залишалися задачі побудови та дослідження гіллястих ланцюгових дробових розвинень гіпергеометричних функцій Горна H_4 та їх відношень у спеціальних випадках. Саме на їх розв'язання спрямоване це дисертаційне дослідження.

Структурно дисертація містить усі необхідні компоненти. Вона складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел, та додатка, що містить список публікацій за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дослідження. Повний обсяг дисертації становить 147 сторінок друкованого тексту, а список використаних джерел містить 93 найменування.

У **вступі** чітко обґрунтовано актуальність обраної теми дисертації, показано її зв'язок із науковими темами, сформульовано мету, завдання, об'єкт та предмет дослідження, а також визначено методи дослідження. Зазначено наукову новизну, практичне значення отриманих результатів і особистий внесок здобувачки, наведено інформацію про публікації та апробацію основних результатів роботи.

У **першому розділі** здійснено ґрунтовний огляд літератури за темою дослідження, проаналізовано відомі наукові результати, наведено основні означення, теореми та ідеї, які надалі використано у роботі.

Другий розділ містить вагомий теоретичний результат щодо встановлення нових рекурентних співвідношень для подвійних гіпергеометричних рядів Горна H_4 . Саме це підґрунтя дозволило авторці успішно побудувати відповідні гіллясті ланцюгові дробові розвинення для функцій Горна H_4 та їх відношень у спеціальних випадках.

У **третьому розділі** авторкою проведено строге математичне дослідження ознак збіжності отриманих розвинень із дійсними та комплексними коефіцієнтами. Важливим науковим результатом цього розділу є встановлення областей аналітичного продовження для функцій Горна H_4 та їх відношень у спеціальних випадках, що суттєво розширює можливості їх практичного застосування порівняно зі звичайними подвійними степеневими рядами.

Четвертий розділ дисертації має чітко виражену прикладну спрямованість і слугує підтвердженням достовірності теоретичних положень роботи.

Здобувачкою одержано оцінки похибки наближення, а також наведено чисельні приклади, які повністю ілюструють та підтверджують отримані теоретичні результати. Науковий інтерес викликає аналіз алгоритму зворотної рекурентності: авторкою знайдено оцінки відносних похибок заокруглення під час обчислення апроксимант для функцій Горна H_4 . Важливим практичним досягненням розділу є встановлення множин обчислювальної стійкості побудованих розвинень, що доводить їхню ефективність для комп'ютерних обчислень.

Загальні висновки узагальнюють основні результати дисертаційного дослідження та відображають їх наукову цінність.

Таким чином, дисертаційна робота є завершеним і цілісним науковим дослідженням, у якому всі розділи логічно пов'язані між собою та послідовно розкривають поставлені завдання.

Усі основні результати дисертаційної роботи, наведені вище, є новими. **Наукова новизна** дослідження не викликає сумнівів.

Наукові положення, висновки та результати дисертації є цілком **достовірними й обґрунтованими**. Їхня надійність підтверджується не лише строгими й повними математичними доведеннями та теоретичною аргументацією, а й коректністю застосованих методів, що додатково ілюструється наведеними у роботі чисельними прикладами.

Одержані результати **пройшли належну апробацію** на міжнародних наукових конференціях та семінарах. Основні положення дисертаційної роботи повністю відображено в 15 наукових публікаціях, серед яких 9 статей опубліковано у фахових наукових виданнях, індексованих у базах даних Scopus та/або Web of Science Core Collection, та 5 тез у матеріалах міжнародних наукових конференцій.

За результатами перевірки дисертаційної роботи та публікацій не виявлено ознак академічного плагіату, елементів фабрикації та фальсифікації, що свідчить про **дотримання академічної доброчесності** авторкою дисертаційної роботи.

Дисертаційна робота **має теоретичний характер**, а її результати є важливим внеском у розвиток теорії неперервних та гіллястих ланцюгових дробів. Можливим також є їх застосування і в інших розділах математики.

Зауваження до дисертації:

1. На с. 63₂ написано $F_r^{(n)}$, а має бути $|F_r^{(n)}|$.
2. На с. 88⁴ замість $(1 - q)$ має бути $(1 - \nu)$.
3. На с. 91⁴⁻⁵ двічі помилково написано неправильний індекс; замість $s + 1$ має бути $r + 1$.
4. На с. 112⁸ написано c_r , а має бути h_r .
5. На с. 124₄ і 125⁹ двічі помилково написано зайвий знак «—».

6. На с. 126⁹ замість v_0 має бути d_0 .

Наведені вище зауваження не мають істотного впливу на розуміння роботи та не применшують наукової цінності отриманих результатів.

Підсумовуючи викладене, вважаю, що рецензована дисертаційна робота «Наближення спеціальних випадків гіпергеометричних функцій Горна H_4 гіллястими ланцюговими дробами» повністю відповідає всім вимогам наказу Міністерства освіти і науки України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» (зі змінами), «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 р. № 44 (зі змінами), а її авторка, Луців Ілона-Анна Василівна, заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії у галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

Рецензент:

доктор фізико-математичних наук,
професор, професор кафедри
математичного і функціонального аналізу
Карпатського національного університету
імені Василя Стефаника

_____ Тарас ВАСИЛИШИН