

**Голові спеціалізованої вченої ради
ДФ 20.051.213 Карпатського національного
університету імені Василя Стефаника
доктору фізико-математичних наук,
професору Шарину Сергію
Володимировичу (76018, м. Івано-
Франківськ, вул. Шевченка, 57)**

ВІДГУК

**офіційного опонента, доктора фізико-математичних наук, професора,
професора кафедри математичного аналізу Чернівецького
національного університету імені Юрія Федьковича
Карлової Олени Олексіївни**

на дисертаційну роботу Долішняк Дарини Юріївни

**«Топологічна транзитивність та хаотичність операторів, пов'язаних з
симетричними та субсиметричними поліномами»,**

подану на здобуття ступеня доктора філософії в галузі знань

11 Математика та статистика за спеціальністю

111 Математика

Актуальність теми дослідження. Дисертація присвячена дослідженню алгебр симетричних і субсиметричних функцій на банахових просторах з відповідними симетричними структурами та динаміці операторів типу зсуву або диференціювання на просторах, породжених симетричними і субсиметричними поліномами. Тематика досліджень бере початок з робіт Р. Гонзало, М. Гонзалеза, Х. Харамілло, П. Гаєка, С. Далесандро та інших, де було досліджено базиси симетричних і субсиметричних поліномів, підалгебри, породжені поліномами певного степеня та гомоморфізми цих підалгебр. Пізніше, в працях Р. Аленкара, Р. Арона, П. Галіндо, І. Чернеги, А. Загороднюка, Т. Васишлина, В. Кравців було досліджено спектри алгебр симетричних аналітичних функцій обмеженого типу для різних груп і напівгруп симетрії. При цьому, для субсиметричних функцій було отримано не багато результатів. З іншого боку, в роботах З. Новосад та А. Загороднюка було побудовано оператори симетричного зсуву та симетричного диференціювання і досліджено умови їх гіперциклічності та топологічної транзитивності на просторах симетричних аналітичних функцій.

У дисертаційній роботі отримано нові результати для алгебр субсиметричних аналітичних функцій на банахових просторах з субсиметричним базисом та досліджено динаміку різних аналогів операторів зсуву і диференціювання, а також встановлено для них умови гіперциклічності, топологічної транзитивності та хаотичності. Тому тема дисертаційної роботи є важливою та актуальною.

Зміст роботи і новизна одержаних результатів. Дисертація складається зі вступу, 3 розділів, розбитих на підрозділи, висновків та списку використаних джерел. Повний обсяг дисертації становить 140 сторінок. Список використаних

джерел містить 53 найменування.

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертаційного дослідження, встановлено зв'язок дослідження з науково-дослідними роботами та проєктами, сформульовано мету, завдання, об'єкт, предмет та методи дослідження, зазначено наукову новизну, практичне значення отриманих результатів та особистий внесок здобувача, також зазначено, де опубліковано і де було апробовано результати дисертаційного дослідження.

У першому підрозділі **першого розділу** зроблено огляд історичного розвитку досліджень симетричних та субсиметричних функцій на банахових просторах. У другому підрозділі **першого розділу** наведено формальні означення основних понять та ключові попередні результати, які дисертантка використовує у своїх дослідженнях.

У **другому розділі** встановлено нові властивості субсиметричних поліномів та інших субсиметричних функцій на просторах l_p . Зокрема, побудовано гомоморфізм продовження алгебр субсиметричних функцій на простори послідовностей типу l_p з множиною індексів, що є довільною цілком впорядкованою множиною. Таке продовження є потужним інструментом для встановлення апроксимативних властивостей субсиметричних поліномів, побудови і дослідження операцій субсиметричного диференціювання. Також, у другому розділі показано, що поліном буде субсиметричним тоді і тільки тоді, коли множина його нулів є субсиметричною множиною; доведено, що алгебра субсиметричних поліномів є факторіальною; наведено приклади застосування отриманих результатів в теорії операторів та інших суміжних галузях функціонального аналізу.

У **третьому розділі** дисертації розглянуто різні метрики на множинах орбіт дії групи перестановок базисних векторів та напівгрупи субсиметричних перетворень банахового простору з субсиметричним базисом. На цих метричних просторах побудовано аналоги оператора зваженого лівого зсуву та досліджено умови коли такий оператор буде топологічно транзитивним або гіперциклічним (якщо простір сепарабельний). Крім того, встановлено гіперциклічність операторів симетричного диференціювання та умови хаотичності операторів субсиметричного перетворення.

В цілому дисертація справляє добре враження. Дисертанткою отримано нові та цікаві математичні результати, продемонстровано можливості для застосування у суміжних розділах математики.

Відсутність порушення академічної доброчесності. За результатами перевірки дисертаційної роботи та публікацій не виявлено ознак академічного плагіату, елементів фабрикації та фальсифікації. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело. У дисертаційній роботі відсутні порушення академічної доброчесності.

Обґрунтованість і достовірність одержаних результатів. Усі основні результати дисертації строго обґрунтовані та супроводжуються коректними математичними доведеннями.

Апробація результатів і публікації. Результати дисертації опубліковано в трьох статтях у фахових наукових журналах, які проіндексовано в наукометричній базі даних Scopus, та анонсовано на п'яти конференціях.

Практичне значення результатів дисертації. Результати дисертації мають теоретичне значення та можуть бути застосовані у математичній фізиці, теорії апроксимації, теорії дискретних динамічних систем.

Зауваження.

1. На сторінках 59-60 (Приклад 2.3) слід вказати, що функція $\backslash \text{ksi}$ має обмежений носій. Також є неточності у виділеній формулі у цьому прикладі.
2. У підрозділі 3.2 на множині впорядкованих мультимножин було б цікаво розглянути також метрику, яка побудована в Теоремі 3.3 попереднього підрозділу.
3. «введено» на сторінці 94.
4. «Легкобачити» останній рядок на сторінці 124.
5. На сторінці 127 у реченні «...на множині яка має граничну точку...» пропущено кому після слова «множині». Також у цьому ж абзаці використано вислів «є тотожними нулями». Доцільно використовувати більш поширене математичне формулювання «тотожно дорівнюють нулю».

Проте, ці зауваження є не суттєвими і не впливають на загальну позитивну оцінку дисертації.

Висновок. Вважаю, що дисертаційна робота «Топологічна транзитивність та хаотичність операторів, пов'язаних з симетричними та субсиметричними поліномами» Долішняк Дарини Юріївни є завершеною науковою працею, що містить нові важливі наукові результати. Основні результати дослідження є добре висвітлені у наукових працях. Робота повністю відповідає всім вимогам спеціальності 111 Математика та вимогам наказу Міністерства освіти і науки України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» (зі змінами), «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 р. № 44 (зі змінами), а її авторка, Долішняк Дарина Юріївна, заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії у галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

Офіційний опонент:

доктор фізико-математичних наук, професор,
професора кафедри математичного аналізу Чернівецького
національного університету імені Юрія Федьковича

Олена КАРЛОВА