

Голові спеціалізованої вченої ради
ДФ 20.051.213 Карпатського національного
університету імені Василя Стефаника
доктору фізико-математичних наук,
професору Шарину Сергію
Володимировичу (76018, м. Івано-
Франківськ, вул. Шевченка, 57)

ВІДГУК

офіційного опонента, кандидата фізико-математичних наук, професора,
професора кафедри теорії функцій та методики навчання математики
Волинського національного університету імені Лесі Українки

Харкевича Юрія Іліодоровича

на дисертаційну роботу **Долішняк Дарини Юріївни**

**«Топологічна транзитивність та хаотичність операторів, пов'язаних з
симетричними та субсиметричними поліномами»,**

подану на здобуття ступеня доктора філософії в галузі знань

11 Математика та статистика за спеціальністю

111 Математика

Актуальність теми дослідження. Теорія аналітичних функцій на нескінченновимірних банахових просторах займає одне з ключових місць в сучасному нелінійному функціональному аналізі. Ця теорія використовує як класичні методи теорії банахових просторів та операторів, так і спирається на новітні підходи теорії функцій, теорії апроксимацій, залучає ідеї та методи топології, алгебраїчної геометрії, теорії інваріантів та інших розділів математики. У дисертаційній роботі розглянуто алгебри симетричних і субсиметричних функцій (зокрема поліномів) на просторах сумовних послідовностей та динамічні системи на метричних просторах, які природно виникають як класи еквівалентності банахового простору відносно дії відповідної (напів)групи симетрій. Таким чином, у дисертації розглянуто проблеми, які знаходяться на перетині теорії функцій, функціонального аналізу, теорії динамічних систем на метричних просторах.

Алгебри Фреше аналітичних функцій обмеженого типу досліджувались у працях Р. Арона, Б. Коула та Т. Гамеліна Д. Гарсії, П. Галіндо, М. Маестре, А. Загороднюка, Д. Карандо В. Дімант та іншими науковцями. Симетричні аналітичні функції на банахових просторах були досліджені в роботах А. Немировського, С. Семенова, М. Гонсалеса, Р. Гонсало, Х. Харамільо, Т. Василишина, А. Загороднюка, В. Кравців. Субсиметричні поліноми та аналітичні функції було розглянуто у статтях П. Гаєка, Р. Гонсало, А. Загороднюка, І. Чернеги. Гіперциклічність операторів симетричного зсуву і симетричного диференціювання розглядалася в роботах З. Новосад, А. Загороднюка, І. Чернеги, О. Голубчака. Тому тема дисертаційного дослідження є, безумовно, актуальною.

Зміст роботи і новизна одержаних результатів. Дисертація складається зі вступу, 3 розділів, висновків та списку використаних джерел. Повний обсяг дисертації становить 140 сторінок. Список використаних джерел містить 53 найменування.

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми та її зв'язок із науковими програмами, визначено об'єкт, предмет, мету і завдання дослідження, окреслено методи дослідження. Наведено наукову новизну і практичну цінність отриманих результатів, особистий внесок здобувача, а також інформацію про публікації та апробацію основних результатів дисертації.

Розділ 1 містить огляд літератури та попередні відомості і результати. У підрозділі 1.1 описано історичний розвиток досліджень алгебр ситметричних аналітичних функцій на банахових просторах відносно різних груп та напівгруп симетрії. У підрозділі 1.2 введено основні означення та сформульовано відомі теореми, які дисертантка використовує в роботі.

У **Розділі 2** доведено низку важливих результатів щодо властивостей субсиметричних поліномів. Зокрема, побудовано оператор продовження субсиметричних поліномів на простори абсолютно сумовних в степені p послідовностей, для яких множиною індексів є довільна цілком впорядкована множина; досліджено множини нулів (ядра) субсиметричних поліномів та знайдено відповідність між симетріями поліномів та їх ядер; доведено, що незвідні множники субсиметричних поліномів є субсиметричними, введено поняття прото-субсиметричних функцій, показано нетривіальність означення та узагальнено деякі отримані результати на випадок прото-субсиметричних аналітичних функцій. Також, у цьому розділі вперше введено поняття субсиметричного диференціювання і досліджено його властивості; отримано застосування в теорії апроксимації та теорії операторів, наведено низку прикладів.

У **Розділі 3** побудовано метричні фактор-простори відносно відношень еквівалентності, пов'язаних з відповідними напівгрупами симетрій на вихідному банаховому просторі з субсиметричним базисом (простір мультимножин та простір впорядкованих мультимножин). У цих метричних просторах введено аналоги класичних операторів лівого зваженого зсуву та знайдено умови, за яких ці оператори мають хаотичну поведінку (гіперциклічність, топологічна транзитивність, хаотичність). Також у цьому розділі досліджено динаміку операторів субсиметричного диференціювання та встановлено їх гіперциклічність.

Загальні висновки дисертації чітко відображають реалізацію поставлених завдань і наукову цінність отриманих результатів. Список використаних джерел включає сучасні праці науковців. У додатку подано перелік публікацій за темою дисертації і дані про апробацію результатів, що підтверджує впровадження та обговорення результатів дослідження у науковому співтоваристві.

Відсутність порушення академічної доброчесності. За результатами перевірки дисертаційної роботи та публікацій не виявлено ознак академічного плагіату, елементів фабрикації та фальсифікації. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело. У дисертаційній роботі відсутні порушення академічної доброчесності.

Обґрунтованість і достовірність одержаних результатів. Усі основні результати дисертації строго обґрунтовані та супроводжуються повними і достовірними математичними доведеннями.

Апробація результатів і публікації. Результати дисертації опубліковано в трьох статтях в наукових журналах, які проіндексовано в наукометричній базі даних Scopus. Також результати дисертації представлено у матеріалах п'яти наукових математичних конференцій.

Практичне значення результатів дисертації. Результати дисертації мають теоретичне значення і можуть бути застосовані в суміжних розділах функціонального аналізу, теорії апроксимації, математичній фізиці та квантовій механіці.

Зауваження.

1. Вислів на сторінці 22 “що є основою для топологічної динаміки...” вартувало б замінити на “що є основою для вивчення топологічної динаміки систем, породжених відображеннями на цих множинах”.
2. У дисертації зустрічаються повторення деяких означень та міркувань у різних підрозділах. Часом, це зручно для читача, але у деяких місцях таких повторень можна було б уникнути.
3. На сторінці 79 “де кожна N_k – множина упорядкована...” “де кожна множина N_k упорядкована...”.
4. У тексті роботи трапляються досить довгі речення, перевантажені однорідними членами речення, що дещо ускладнює сприйняття матеріалу. На мою думку, окремі з них доцільно було б розділити на два або більше речень.
5. На сторінках 72, 83, 97 допущено орфографічні помилки відповідно «скалярним доутком», «кожен поліном подеться» і «Двійчі застосовуючи формулу».

Проте, вказані зауваження не змінюють позитивного враження від дисертації та не впливають на її позитивну оцінку.

Висновок. Вважаю, що дисертаційна робота «Топологічна транзитивність та хаотичність операторів, пов'язаних з симетричними та субсиметричними поліномами» Долишняк Дарини Юріївни є завершеною науковою працею, що містить нові важливі наукові результати. Основні результати дослідження є добре висвітлені у наукових працях. Робота повністю відповідає всім вимогам

спеціальності 111 Математика та вимогам наказу Міністерства освіти і науки України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» (зі змінами), «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 р. № 44 (зі змінами), а її авторка, Долішняк Дарина Юріївна, заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії у галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

Офіційний опонент:

кандидат фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри теорії функцій та методики
навчання математики Волинського національного
університету імені Лесі Українки

_____Юрій ХАРКЕВИЧ