

Рішення
разової спеціалізованої вченої ради
про присудження ступеня доктора філософії

Здобувачка ступеня доктора філософії Наталія САМАРУК, 1977 р. народження, громадянка України, освіта вища: закінчила у 2000 рр. Кам'янець-Подільський державний педагогічний університет за спеціальністю «Педагогіка і методика середньої освіти, математика та основи інформатики», працює в Хмельницькому національному університеті, Міністерство освіти і науки України, м. Хмельницький, виконала акредитовану освітньо-наукову програму Математика.

Разова спеціалізована вчена рада ДФ 20.051.200, утворена наказом ректора Карпатського національного університету імені Василя Стефаника від 28.05.2026 року № 699 у складі:

- | | |
|--|--|
| Голови разової спеціалізованої вченої ради – | Андрія ЗАГОРОДНЮКА, доктора фізико-математичних наук, професора, завідувача кафедри математичного і функціонального аналізу Карпатського національного університету імені Василя Стефаника. |
| Рецензентів – | Тараса ВАСИЛИШИНА, доктора фізико-математичних наук, професора, професора кафедри математичного і функціонального аналізу Карпатського національного університету імені Василя Стефаника.
Марії МАРЦІНКІВ, кандидата фізико-математичних наук, доцента, доцента кафедри математичного і функціонального аналізу Карпатського національного університету імені Василя Стефаника. |
| Офіційних опонентів – | Федора СОХАЦЬКОГО, доктора фізико-математичних наук, доцента, старшого наукового співробітника відділу алгебри Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України.
Андрія ОЛІЙНИКА, доктора фізико-математичних наук, професора, професора кафедри алгебри і комп'ютерної математики Київського національного університету імені Тараса Шевченка. |

на засіданні 10 серпня 2026 року прийняла рішення про присудження ступеня доктора філософії з галузі знань 11 Математика та статистика Наталії САМАРУК на підставі публічного захисту дисертації «Квазі-мономіальні

многочлени підгруп афінної групи», за спеціальністю за спеціальністю 111 Математика.

Дисертацію виконано у Карпатському національному університеті імені Василя Стефаника Міністерства освіти і науки України, м. Івано-Франківськ.

Наукові керівники: Леонід БЕДРАТЮК, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри інженерії програмного забезпечення Хмельницького національного університету; Вікторія КРАВЦІВ, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичного і функціонального аналізу Карпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Дисертацію подано у вигляді спеціально підготовленого рукопису.

Наукова новизна дисертаційного дослідження зумовлена поставленими завданнями та результатами їх розв'язання. У дисертаційній роботі вперше одержано низку результатів, що становлять новий внесок у теорію квазі-мономіальних многочленів. Зокрема:

- Запроваджено поняття сімей квазі-мономіальних многочленів відносно підгруп афінних груп перетворень площини $Aff(2)$ та простору $Aff(3)$.

- Отримано повний опис у термінах експоненціальних породжуючих функцій сімей квазі-мономіальних многочленів відносно таких підгруп афінних груп площини та простору: обертань, масштабувань, рівномірних масштабувань, паралельних перенесень, рівномірних паралельних перенесень.

- Побудовано явний приклад квазі-мономіальної сім'ї многочленів відносно підгрупи паралельних перенесень площини та встановлено рекурентні співвідношення для цієї сім'ї.

- Досліджено умови нормалізації, за яких зберігається квазімономіальність многочленів відносно групи паралельних перенесень площини та простору, а також відносно групи обертань простору.

- Доведено, що дві сім'ї біртогональних многочленів Аппеля від трьох змінних є квазі-мономіальними відносно групи обертань простору, та знайдено рекурентні співвідношення для цих сімей.

Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що матеріали дисертаційного дослідження можуть бути використані у практичній діяльності психологів і психотерапевтів під час роботи з чоловіками раннього дорослого віку, які мають досвід алкогольної залежності.

Теоретичне значення роботи полягає у подальшому розвитку теорії квазі-мономіальних многочленів та її узагальненні на широкий клас підгруп афінних груп площини та простору. Запроваджений у роботі підхід, оснований на використанні експоненціальних породжуючих функцій, дозволяє отримати уніфікований опис квазі-мономіальних сімей та встановити необхідні й достатні умови їх існування. Це, зокрема, дає змогу:

– узагальнити класичну теорію моментних інваріантів на випадок довільних підгруп афінних груп $\text{Aff}(2)$ та $\text{Aff}(3)$;

– встановити властивості квазі-мономіальних сімей через аналітичні характеристики їх породжуючих функцій;

– поширити поняття квазі-мономіальності на тривимірний випадок і дослідити його зв'язок із групою обертань $SO(3)$;

– встановити зв'язок між квазі-мономіальними сім'ями та біортогональними многочленами Аппеля, що поглиблює взаємозв'язок між теорією спеціальних функцій, комбінаторикою та теорією груп.

Таким чином, результати дисертації формують цілісний аналітичний апарат для дослідження інваріантних поліноміальних базисів і розширюють сучасні уявлення про структуру многочленів, інваріантних відносно дії груп перетворень.

Практичне значення одержаних результатів полягає у можливості їх застосування для побудови ефективних і чисельно стійких алгоритмів обробки даних, зокрема в задачах комп'ютерного зору та машинного навчання.

Запропоновані квазі-мономіальні базиси та встановлені для них рекурентні співвідношення забезпечують:

– стабільне обчислення моментів високих порядків без експоненціального зростання похибок;

– побудову інваріантних ознак зображень відносно обертань, масштабувань та паралельних перенесень;

– зменшення обчислювальної складності алгоритмів за рахунок використання породжуючих функцій та рекурентних формул;

– можливість інтеграції квазі-мономіальних моментів у сучасні архітектури глибокого навчання (зокрема, групо-еквіваріантні нейронні мережі) для підвищення їх інваріантності та узагальнювальної здатності.

Отримані результати можуть бути використані при розробці систем розпізнавання образів, аналізу медичних та тривимірних зображень, а також у задачах обробки сигналів, робототехніки, біоінформатики та інших галузях, де суттєву роль відіграють інваріантні характеристики об'єктів.

Дисертація виконана державною українською мовою.

Дисертаційна робота складається з переліку умовних позначень, вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел (49 найменувань) та додатків. Загальний обсяг роботи – 149 сторінок, з яких основний текст – 115 сторінок.

Дисертація відповідає вимогам наказу Міністерства освіти і науки України № 40 від 12 січня 2017 р. (зі змінами) «Про затвердження вимог до оформлення дисертації», що відповідає вимогам Постанови Кабінету Міністрів України «Про затвердження Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії» від 12.01.2022 № 44 (зі змінами).

Здобувачка має 8 наукових праць, у тому числі: 1 стаття у науковому фаховому виданні України; 2 статті у наукових виданнях, що входять до наукометричної бази Scopus; 5 праць у збірниках матеріалів науково-практичних конференцій, що відповідає вимогам Постанови Кабінету Міністрів України «Про затвердження Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії» від 12.01.2022 № 44 (зі змінами):

1. Самарук Н.М. Квазі-мономи відносно підгруп афінної групи простору // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія «Математика і інформатика». — 2023. — Т. 42. № 1. — С. 79-89.

DOI: [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2023.42\(1\).79-89](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2023.42(1).79-89)

URL: <http://visnyk-math.uzhnu.edu.ua/issue/view/16001>

2. Samaruk N. M. Quasi-monomials with respect to subgroups of the plane affine group // Matematychni studii. — 2023. — Vol. 59. № 1. — P. 3–11.

DOI: <https://doi.org/10.30970/ms.59.1.3-11>

URL: <https://www.scopus.com/pages/publications/85163287621>

3. Samaruk N.M. $SO(3)$ quasi-monomial polynomial families // Carpathian Math Publ. — 2024. — Vol. 16. № 1. — P. 40-52.

DOI: <https://doi.org/10.15330/cmp.16.1.40-52>

URL: <https://www.scopus.com/pages/publications/85199423386>

У дискусії взяли участь голова і члени спеціалізованої вченої:

1. Андрій ЗАГОРОДНЮК, доктор фізико-математичних наук, професора завідувач кафедри математичного і функціонального аналізу Карпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Оцінка позитивна, зауважень немає.

2. Тарас ВАСИЛИШИН, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри математичного і функціонального аналізу Карпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Оцінка позитивна, зауважень немає.

3. Марія МАРЦІНКІВ, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математичного і функціонального аналізу Карпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Оцінка позитивна, зауважень немає.

4. Федір СОХАЦЬКИЙ, доктор фізико-математичних наук, доцент, старший науковий співробітник відділу алгебри Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України.

Оцінка позитивна, зауважень немає.

5. Андрій ОЛІЙНИК, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри алгебри і комп'ютерної математики Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

Оцінка позитивна, зауважень немає.

Результати відкритого голосування:

«За» 5 членів ради,

«Проти» 0 членів ради.

На підставі результатів відкритого голосування разова спеціалізована вчена рада ДФ 20.051.200 Карпатського національного університету імені Василя Стефаника Міністерства освіти і науки України, м. Івано-Франківськ присуджує Наталії САМАРУК ступінь доктора філософії з галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

Відеозапис трансляції захисту дисертації додається.

Голова разової
спеціалізованої вченої ради



Андрій ЗАГОРОДНЮК